RELACIÓN ANDALUCÍA 2025 (AND25)

Problema AND25. 1

a) (4 puntos) Una viga rígida, considerada como un objeto unidimensional, debe ser transportada horizontalmente a ras de suelo a través de un pasillo que gira en ángulo recto. La anchura del pasillo antes de la esquina es a y, tras el giro, pasa a tener anchura b. Determinar la longitud máxima que puede tener la viga para que sea posible trasladarla, sin levantar del suelo, y superar la esquina formada por los dos tramos perpendiculares del pasillo.

b) (4 puntos) A la final de un torneo de ajedrez han llegado Alicia y Berta. En este deporte, la victoria otorga un punto y las tablas medio punto. Para saber quién será la campeona final, van a jugar dos partidas y ganará aquella que obtenga mayor puntuación. En caso de empate, se repetirá el proceso. Se sabe que, en una partida, p es la probabilidad de que gane Alicia, q es la probabilidad de que gane Berta y r es la probabilidad de que terminen en tablas. Calcular la probabilidad de ganar el torneo que tiene cada una. Particularizar finalmente al caso $r = q = 0{,}25$

c) (2 puntos) Demostrar que el producto de los catetos de un triángulo rectángulo donde todos los lados son números naturales es múltiplo de 12

Problema AND25. 2

a) Dada la función

$$f(x) = \frac{x^3}{(1+2x)^2}$$

(a.1) (3'5 puntos) Realizar la representación gráfica haciendo un estudio previo de sus propiedades.

(a.2) (2'5 puntos) Hallar el ´rea comprendida entre la función $f(x)$, su asíntota oblicua y la recta $x + y = 0$.

b) (4 puntos) Dado un cuadrilátero convexo de vértices ABCD, con área S. Se prolonga el lado AB por el punto B y sea M el punto de esta prolongación tal que la longitud de BM es igual a la mitad de la longitud del segmento AB; análogamente se prolonga el lado BC por el punto C y sea N el punto de esta prolongación tal que la longitud de CN es igual a la mitad de la longitud del segmento BC. El lado CD se prolonga por el punto D y sea P el punto tal que la longitud de DP es igual a la mitad de la longitud del segmento CD; por último, el lado DA se prolonga por A, siendo Q el punto tal que la longitud de AQ es igual a la mitad de la longitud del segmento DA. Hallar el área de cuadrilátero de vértices MNPQ en función de S.

www.academiateba.es C/ Félix Rodríguez de la Fuente (Frente Colegio Salesianos) Info@academiateba.es
Avda. Fernando de los Ríos esquina C/Muladíes (Frente Carrefour)
Telf. 958 12 96 98 / 958 94 39 02

Problema AND25. 3

a) (3'5 puntos) Sea una circunferencia de centro O y radio R. Desde un punto A de la circunferencia se considera un arco menor OM, donde M es otro punto de la circunferencia. Sea B el punto diametralmente opuesto a A. Determinar, en función de R, el radio de la circunferencia inscrita en el triángulo mixtilíneo OMB.

b) (2 puntos) Hallar las dimensiones del rectángulo de área máxima que puede inscribirse en una elipse de semiejes a y b.

c) (4'5 puntos) Sean $a, b \in R, n \in N \ (n > 2)$. Discutir en función de los valores de a y b el siguiente sistema:

$$\begin{cases} ax_1 & +x_2 & +x_3 & +\ldots+ & x_{n-1} & +x_n & =1 \\ x_1 & +ax_2 & +x_3 & +\ldots+ & x_{n-1} & +x_n & =b \\ x_1 & +x_2 & +ax_3 & +\ldots+ & x_{n-1} & +x_n & =b^2 \\ \vdots & & & & & & \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & +\ldots+ & ax_{n-1} & +x_n & =b^{n-2} \\ x_1 & +x_2 & +x_3 & +\ldots+ & x_{n-1} & +ax_n & =b^{n-1} \end{cases}$$

Problema AND25. 4

a) (4'5 puntos) En la ecuación $x^2 + Ax + B = 0$, A y B son números reales elegidos al azar en los intervalos $[-a, a]$ y $[-b, b]$ respectivamente, siendo a y b números reales. Calcular la probabilidad de que tenga soluciones reales.

b) Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

(b.1) (0'5 puntos) Calcular A^{49} y A^n

(b.2) (1 punto) Sin hacer uso de la matriz inversa, hallar X en la ecuación $A^2X + I = A$ siendo I la matriz identidad.

c) (4 puntos) Determinar todos los números de tres cifras en base siete formados por cifras distintas entre sí y mayores que cero, que al ser convertidos a base 11 están representados por esas mismas tres cifras, aunque no necesariamente en el mismo orden.

www.academiateba.es C/ Félix Rodríguez de la Fuente (Frente Colegio Salesianos) Info@academiateba.es
Avda. Fernando de los Ríos esquina C/Muladíes (Frente Carrefour)
Telf. 958 12 96 98 / 958 94 39 02